

2.1 - 2.2 ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΑΞΟΝΑΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Συμμετρικό σημείου A ως προς ευθεία ε

- Όταν το A δεν βρίσκεται πάνω στην ε
Ονομάζουμε συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ε το σημείο B με το οποίο συμπίπτει το A όταν διπλώσουμε το σχήμα κατά μήκος της ευθείας ε
- Όταν το A βρίσκεται πάνω στην ε , το συμμετρικό του είναι ο εαυτός του.

2.

Συμμετρικά σχήματα ως προς ευθεία ε

Δύο σχήματα Σ_1 και Σ_2 είναι συμμετρικά ως προς ευθεία ε , όταν το κάθε ένα αποτελείται από τα συμμετρικά σημεία του άλλου ως προς την ευθεία ε .

Τα συμμετρικά σχήματα ως προς ευθεία είναι ίσα

3.

Άξονας συμμετρίας σχήματος

Ευθεία ε λέμε ότι είναι άξονας συμμετρίας ενός σχήματος, όταν χωρίζει το σχήμα σε δύο μέρη τα οποία συμπίπτουν, όταν διπλώσουμε το σχήμα κατά μήκος της ε .

Αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας, τότε το συμμετρικό του σχήματος ως προς τον άξονα είναι ο εαυτός του.

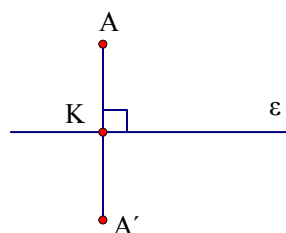
ΣΧΟΛΙΑ -ΜΕΘΟΔΟΙ

1.

Εύρεση του συμμετρικού ενός σημείου A ως προς ευθεία ε που δεν διέρχεται από αυτό

Στο διπλανό σχήμα, με τη βοήθεια του γνώμονα, φέρνουμε το τμήμα $AK \perp \varepsilon$, το οποίο προεκτείνουμε κατά τμήμα $KA' = KA$.

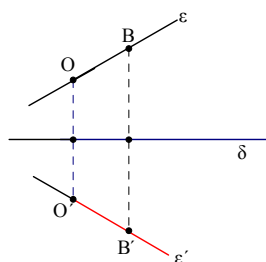
Το A' είναι το συμμετρικό του A ως προς την ευθεία ε .



2.

Συμμετρικό ευθείας ε

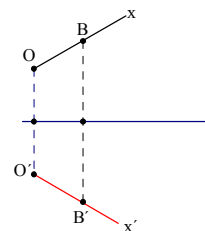
Είναι ευθεία ε' , η οποία ορίζεται από τα συμμετρικά σημεία δύο σημείων της ε



3.

Συμμετρικό ημιευθείας Ox

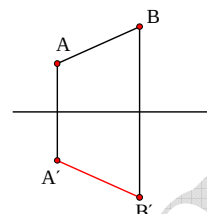
Είναι η ημιευθεία που έχει αρχή το συμμετρικό του O και διέρχεται από το συμμετρικό B' ενός σημείου B της Ox



4.

Συμμετρικό ευθυγράμμοι τμήματος

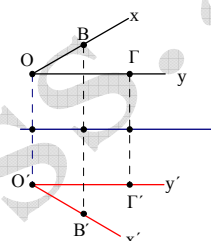
Είναι το ευθύγραμμο τμήμα που έχει άκρα τα συμμετρικά των άκρων του.



5.

Συμμετρικό γωνίας $x\hat{O}y$

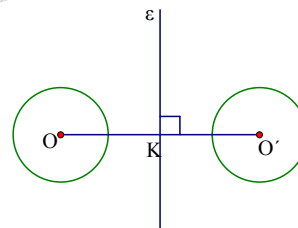
Είναι η γωνία που έχει πλευρές τα συμμετρικά των πλευρών Ox και Oy



6.

Συμμετρικό κύκλου (O, ρ)

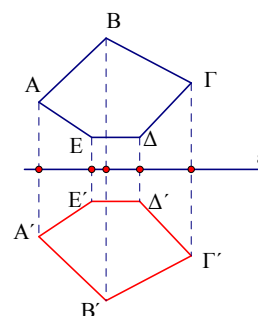
Είναι ο κύκλος που έχει κέντρο το συμμετρικό του O και ακτίνα ρ



7.

Συμμετρικό ευθυγράμμοι σχήματος

Είναι το σχήμα που έχει κορυφές τα συμμετρικά των κορυφών του δοσμένου



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

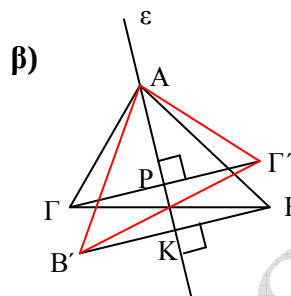
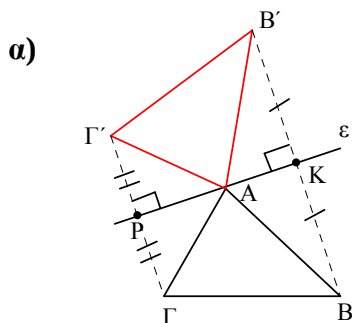
1.

Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ και να βρείτε το συμμετρικό αυτού

α) ως προς μία ευθεία ε που διέρχεται από μία κορυφή του και δεν τέμνει το τρίγωνο

β) ως προς την ευθεία μιας διαμέσου

Προτεινόμενη λύση

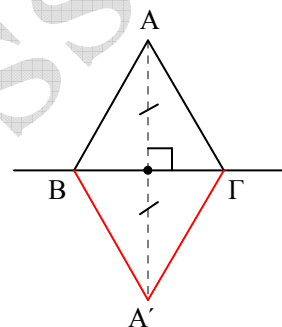


2.

Να σχεδιάσετε το συμμετρικό ενός ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την $B\Gamma$

Προτεινόμενη λύση

Το τρίγωνο $A'B\Gamma$ είναι το συμμετρικό του ισοπλεύρου τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς την $B\Gamma$



3.

Να σχεδιάσετε το συμμετρικό μιας γωνίας $x\hat{O}y$

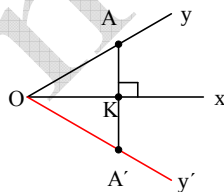
α) ως προς την πλευρά της Ox

β) ως προς την διχοτόμο $O\delta$

Προτεινόμενη λύση

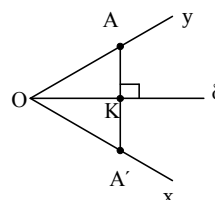
α)

Συμμετρικό της $x\hat{O}y$ ως προς την Ox



β)

Συμμετρικό της $x\hat{O}y$ ως προς τη διχοτόμο $O\delta$ είναι η ίδια η $x\hat{O}y$



4.

Να σχεδιάσετε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 3\text{cm}$ και $\hat{A} = 40^\circ$.
 Να βρείτε το συμμετρικό σημείο B' του B ως προς την $A\Gamma$ και το συμμετρικό Γ' του Γ ως προς την AB . Τι είδους τρίγωνο είναι το $AB'\Gamma'$; Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\Gamma'\hat{A}B'$.

Προτεινόμενη λύση

Το B' είναι το συμμετρικό του B ως προς την $A\Gamma$.

Επομένως το AB' είναι το συμμετρικό του AB ως

προς την $A\Gamma$ και η γωνία $\Gamma'\hat{A}B'$ η συμμετρική γωνία της $\hat{A}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

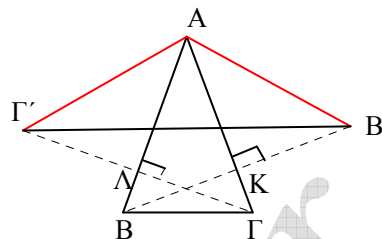
Λόγω της συμμετρίας είναι

$$AB' = AB \text{ και } \Gamma'\hat{A}B' = \hat{A} = 40^\circ$$

Ομοίως βρίσκουμε ότι $A\Gamma' = A\Gamma$ και $B\hat{A}\Gamma' = \hat{A} = 40^\circ$

Μετά από αυτά και αφού $AB = A\Gamma$, είναι $AB' = A\Gamma'$,

δηλαδή το τρίγωνο $AB'\Gamma'$ είναι ισοσκελές και $\Gamma'\hat{A}B' = 3 \cdot 40 = 120^\circ$



5.

Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά

- Αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας, τότε το ... του σχήματος ως προς τον άξονα είναι
- Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι μεταξύ τους
- Κάθε σημείο μιας ευθείας ε έχει συμμετρικό ως προς την ε
- Το συμμετρικό ενός κύκλου ακτίνας ρ ως προς μία ευθεία ε είναι κύκλος ακτίνας ...

Προτεινόμενη λύση

α)

Αν ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας τότε το **συμμετρικό** του σχήματος ως προς τον άξονα είναι **το ίδιο το σχήμα**.

β)

Τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι μεταξύ τους **ίσα**.

γ)

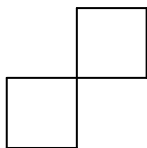
Κάθε σημείο μιας ευθείας ε έχει συμμετρικό ως προς την ε **τον εαυτό του**.

δ)

Το συμμετρικό ενός κύκλου ακτίνας ρ ως προς μία ευθεία ε είναι κύκλος ακτίνας **ρ** .

6.

Να σχεδιάσετε τους άξονες συμμετρίας των παρακάτω σχημάτων

α)**β)**

Προτεινόμενη λύση

Άξονες συμμετρίας είναι οι ευθείες ϵ και δ

